일반물리 및 실험

김상배 교수 :

xxx@hnu.kr

http://sbk.hnu.kr/Lectures

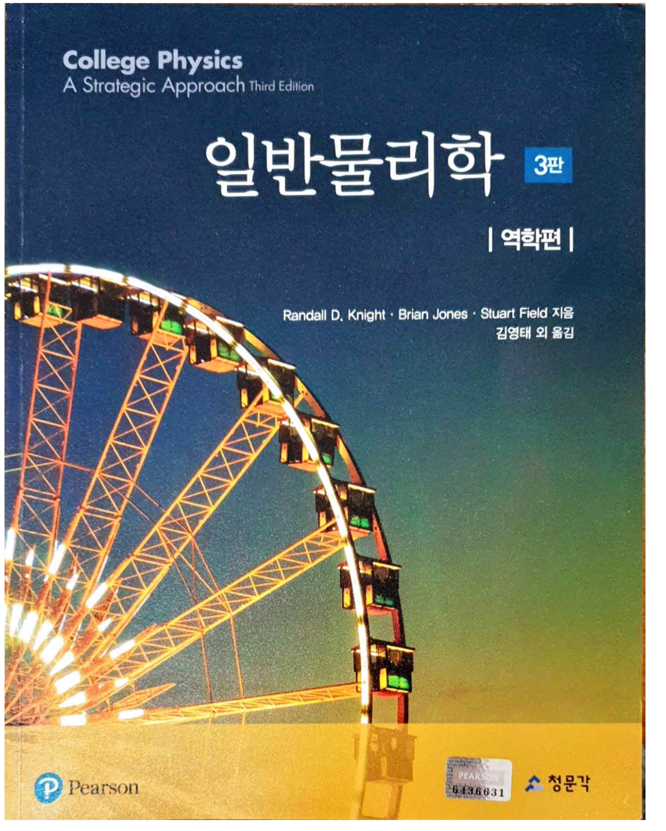
010-xxxx-7867

문자메세지, 카톡(공부내용 질문)

교과서 :

일반물리학

R.D. Knight 외2인, 청문각



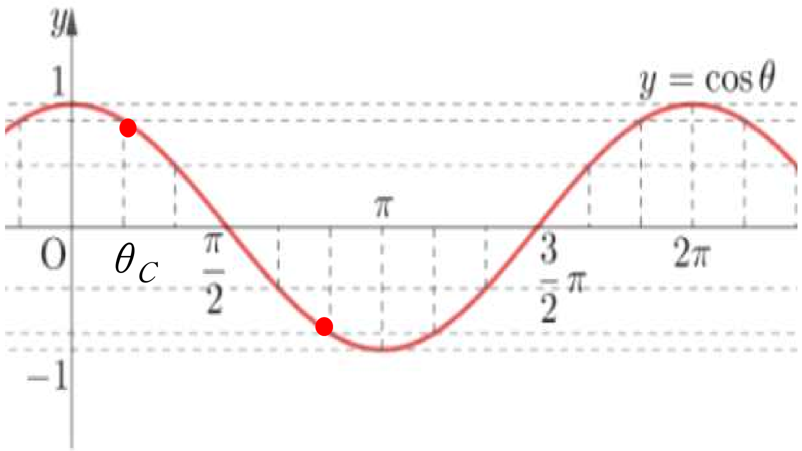
힘의 평형

1) 합력의 크기 R를 구하자. R의 맞각 $(180^\circ - \theta_C)$에 코사인2법칙을 적용하여

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos(180^\circ - \theta_C)$$

을 얻고, 항등식 $\cos(-x) = \cos x$, $\cos(x - 180^\circ) = -\cos x$ 을 이용하여

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta_C}$$

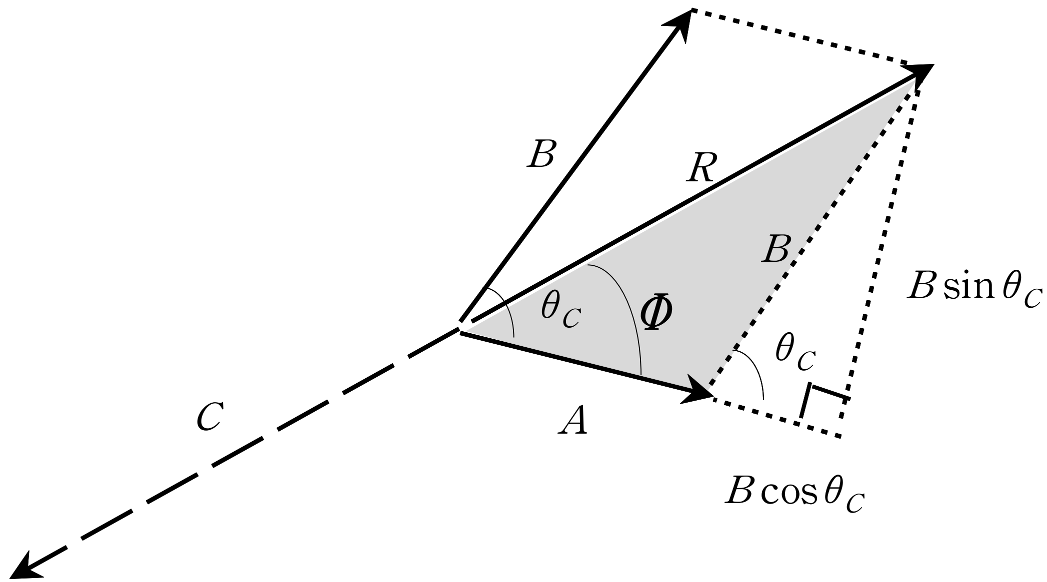


2) 합력의 방향각 Φ를 구하자.

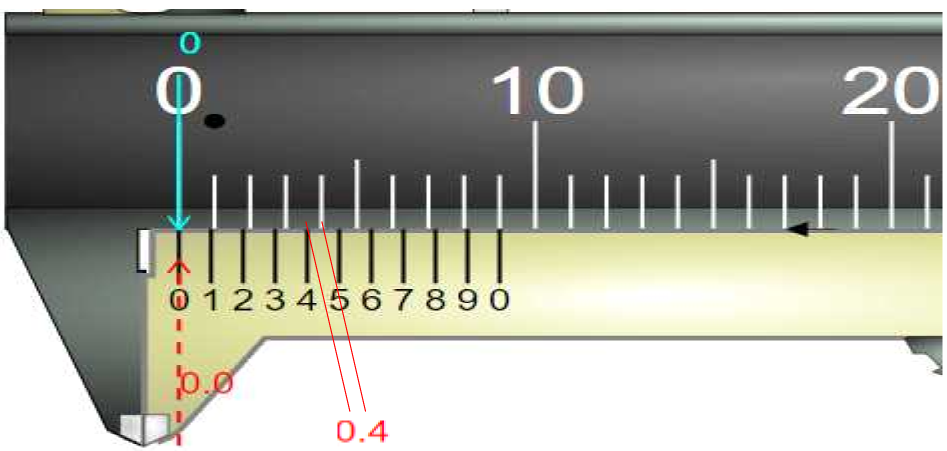
$$\tan\Phi = \frac{B\sin\theta_c}{(A + B\cos\theta_c)}$$

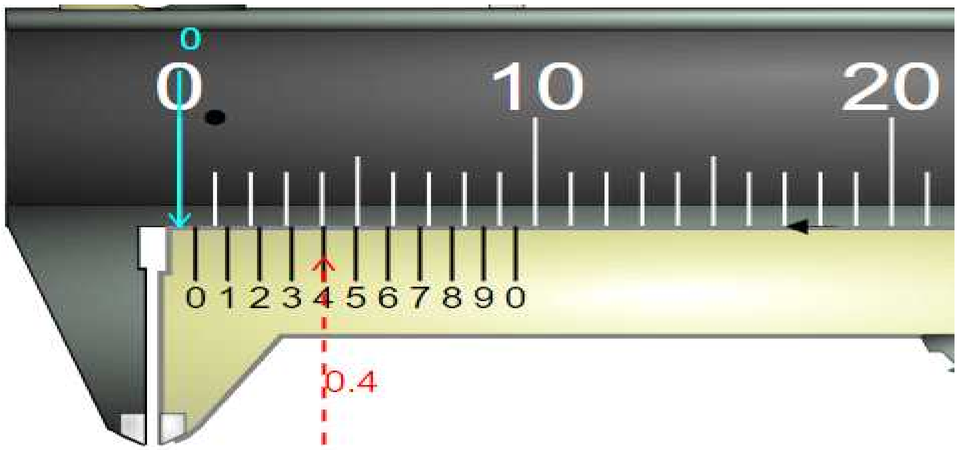
이므로

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta_c}{(A + B\cos\theta_c)}\right)$$



1. 버어니어캘리퍼스(어미자 9눈금 = 아들자 10눈금) 원리





1) 아들자 한 눈금의 길이는 $9\mathrm{mm}$를 10으로 나눈 것이다.

 즉 $9/10 = 0.9\mathrm{mm}$이다. 그래서 어미자 눈금보다 $0.1\mathrm{mm}$작다.

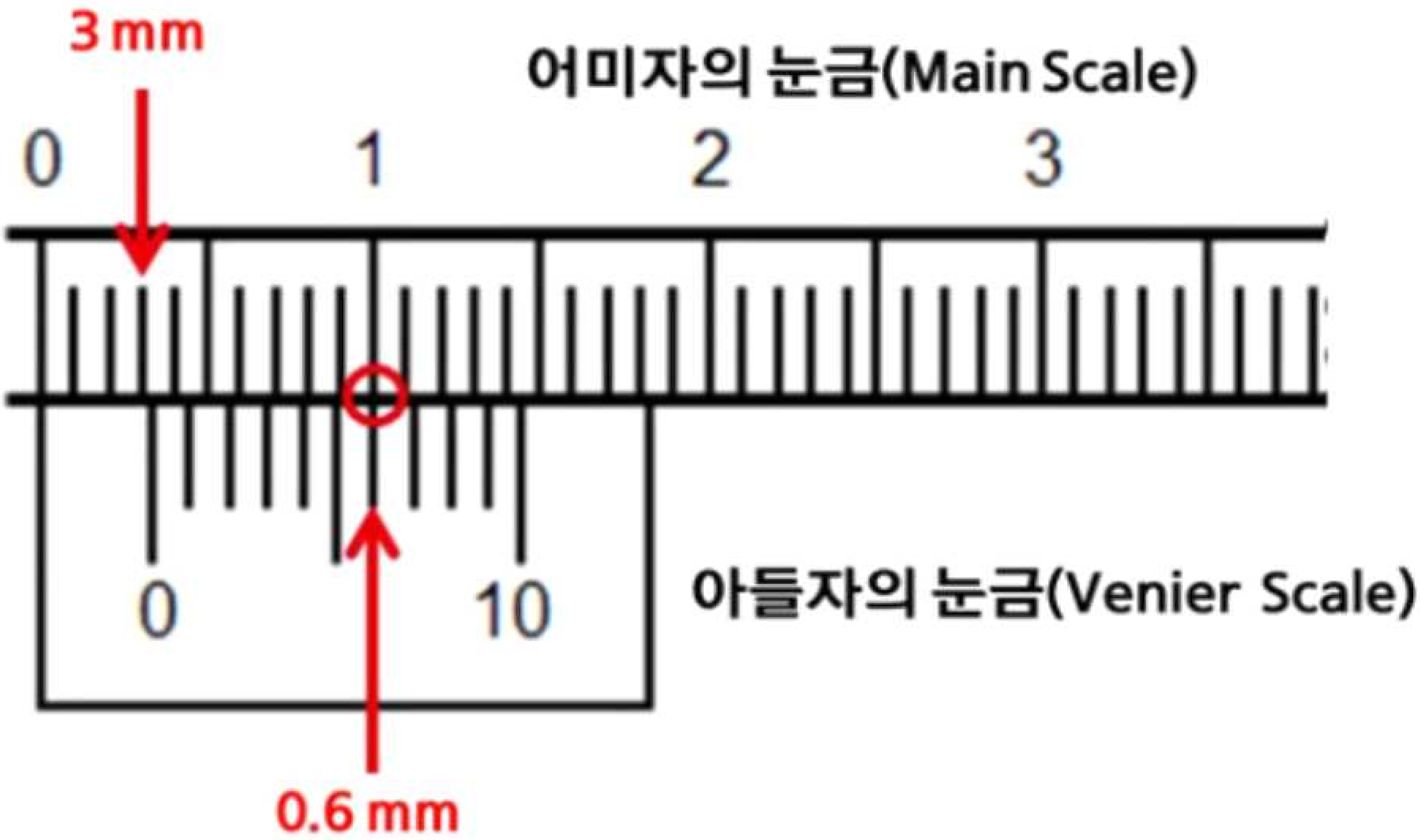
2) 아들자의 양끝을 제외한 가운데 눈금k가 어미자 눈금k보다

 $0.k\ mm$만큼 왼쪽으로 밀려 있어 아무 것도 일치한 것이 없다.

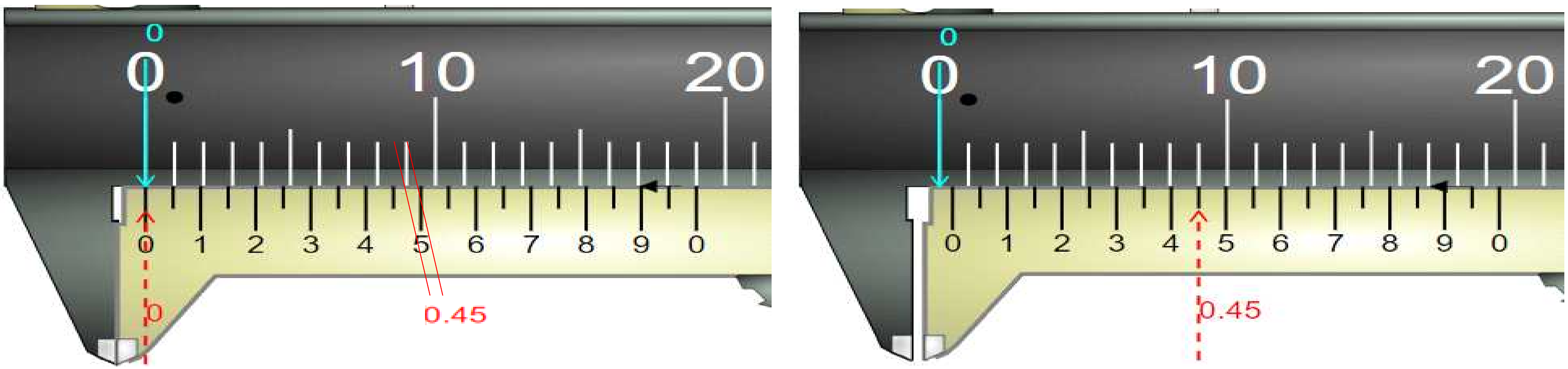
3) 아들자를 $0.k\ mm$만큼 오른쪽으로 밀면 아들자 눈금k와 어미자 눈금

 k가 일치하게 된다. (예제 : $k = 4$)

4) 오른쪽으로 밀린 만큼 왼쪽에 틈이 벌어진다. (예제 : $0.4mm$)


3 mm
어미자의 눈금(Main Scale)
0
1
2
3
0
10
아들자의 눈금(Venier Scale)
0.6 mm

2. 버어니어캘리퍼스(어미자 19눈금 = 아들자 20눈금) 원리



1) 아들자 한 눈금의 길이는 19mm를 20으로 나눈 것이다.
   즉 $19/20 = 0.95$mm이다. 그래서 어미자 눈금보다 0.05mm 작다.

2) 아들자의 양끝을 제외한 가운데 k번째 눈금이 어미자 눈금 k보다
   $k \times 0.05\ mm$만큼 왼쪽으로 밀려 있어 아무 것도 일치한 것이 없다.

3) 아들자를 $k \times 0.05\ mm$만큼 오른쪽으로 밀면 아들자 k번째 눈금과
   어미자 눈금 k가 일치하게 된다. (예제 : $k = 9$)

4) 오른쪽으로 밀린 만큼 왼쪽에 틈이 벌어진다. (예제 : $0.45\,mm$)

3. 버어니어캘리퍼스(어미자 39눈금 = 아들자 40눈금) 원리

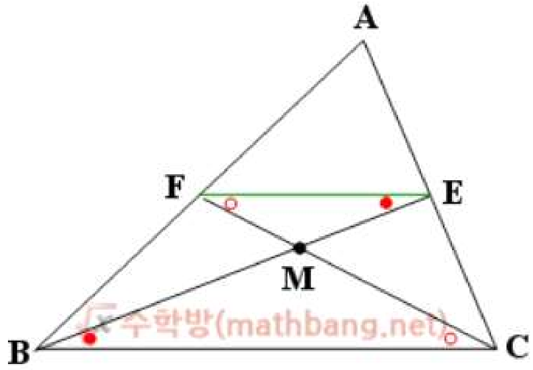
1) 아들자 한 눈금의 길이는 $39\,\mathrm{mm}$를 40으로 나눈 것이다.
즉 $39/40 = 0.975\,\mathrm{mm}$이다. 그래서 어미자 눈금보다 $0.025\,\mathrm{mm}$작다.

2) 아들자의 양끝을 제외한 가운데 k번째 눈금이 어미자 눈금k보다 $k \times 0.025\,mm$만큼 왼쪽으로 밀려 있어 모두 일치한 것이 없다.

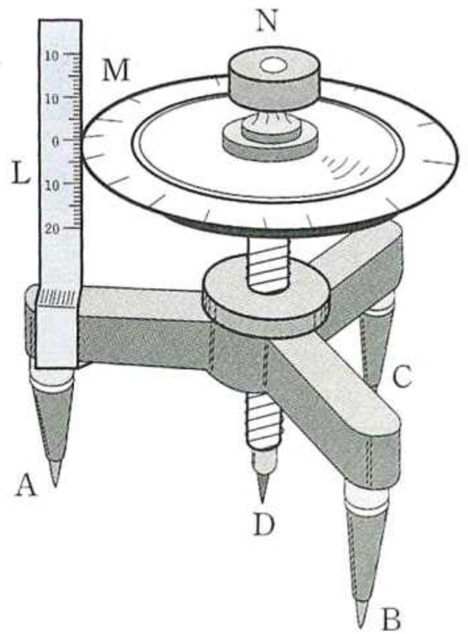
3) 아들자를 $k \times 0.025\,mm$만큼 오른쪽으로 밀면 아들자k번째 눈금과 어미자 눈금 k가 일치하게 된다. (예제 : $k = 10$)

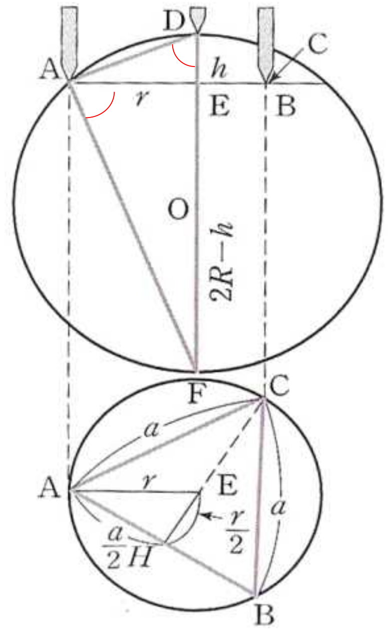
4) 오른쪽으로 밀린 만큼 왼쪽에 틈이 벌어진다. (예제 : $0.25\,mm$)

구면계의 원리



중선의교점은
2:1내분





$$\angle DAE + \angle ADE = 90^\circ = \angle DAE + \angle EAF \Rightarrow \angle ADE = \angle EAF$$

옆에서 본 도형: $\dfrac{r}{h} = \dfrac{2R-h}{r} \quad \Rightarrow r^2 = h(2R-h)$**--(1)**

위에서 본 도형: $\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{r}{2}\right)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = \dfrac{a^2}{3}$**--(2)**

(1),(2) $\Rightarrow R = \dfrac{a^2}{6h} + \dfrac{h}{2}$

일정한 힘에 의한 운동

질량이 m 인 물체에 힘 F를 가하면 가속도 a 로 운동하게 되는데 이 원리를, Newton의 제2운동법칙이라고 한다.

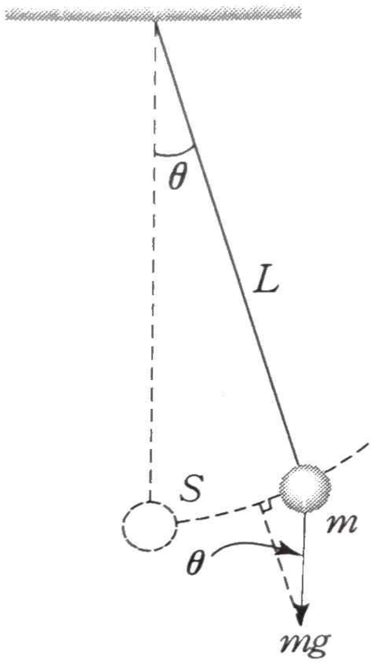
$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= m\left(\frac{dv}{dt}\right) \\ &= \frac{d(mv)}{dt} \\ &= \frac{dp}{dt} \end{aligned}$$

여기에서 $p = mv$ 를 운동량이라고 한다.

질량(m)이 일정할 때 힘(F)과 가속도(a)는 비례하고

힘(F)이 일정할 때 질량(m)과 가속도(a)는 반비례함을 알 수 있다.

중력가속도 측정 (단진자 이용)



단진자는 질량이 무시되는 길이 ℓ의 끈에, 크기가 작아 질량 m이 중심에만 있다고 보는, 반지름 r의 추가 매달려 추의 중심에서 진자 끝까지 거리가 L이 되도록 주기 운동을 하는 것이다.

추가 최고점에서 원래 자리로 되돌아 가려는 복원력은 중력의 원주방향 성분 $F = -mg\sin\theta$ 로 주어진다. 뉴톤의 제2법칙

$$F = m\frac{d^2S}{dt^2}$$

을 적용하면

$$-mg\sin\theta = m\frac{d^2S}{dt^2}$$

가 되고, 여기에서 각도 θ가 아주 작은 경우에는 $\sin\theta \approx \theta$ 가 되어,

$$\theta = \frac{S}{L}$$ **(호도) ,** $L = \ell + r$ **(=실 길이 + 추 반지름)**

을 적용하면

$$-m\,g\,\frac{S}{L} = m\frac{d^2S}{dt^2}$$

$$\Longrightarrow\ \frac{d^2S}{dt^2} = -\frac{g}{L}S$$

$$= -\omega^2 S,\quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$ **---(1)**

$$\Longrightarrow\ \frac{d^2S}{dt^2} + \omega^2 S = 0$$ **: 미분방정식**

$\Longrightarrow$ **해 :** $S(t) = A\cos(\omega t)$**,**

$$\omega = \frac{2\pi}{T,}$$ T **: 주기 ---(2)**

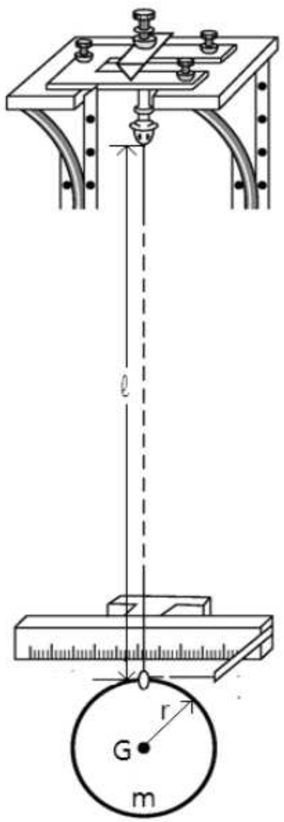
그러므로 (1), (2)

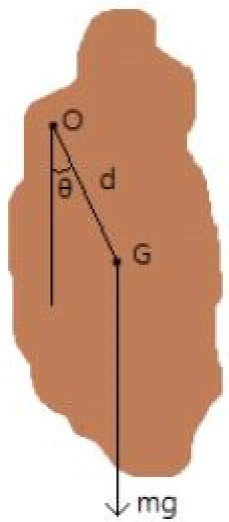
$$\sqrt{\frac{g}{L}} = \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Longrightarrow \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T}$$

따라서 진자의 길이 L과 주기 T를 측정하면 중력가속도를 구할 수 있다.

중력가속도 측정 (Borda진자 이용)





질량이 한 점에 모여 있지 않는 일반적인 물리진자로 실험을 하는 경우는, 뉴톤의 제2법칙의 힘 (F)과 질량(m)에 대응하는, 회전력(τ: 돌림힘, 토크)와 회전관성(=관성모멘트, I)의 방정식

$$\tau = I\,\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{--- (1)}$$

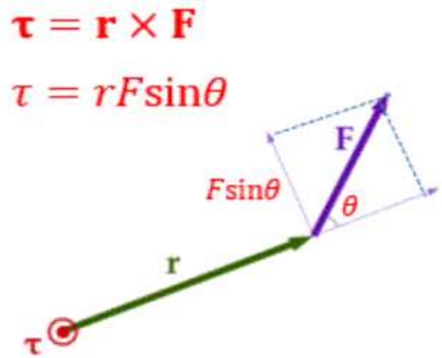
을 적용한다. 여기서 회전력은

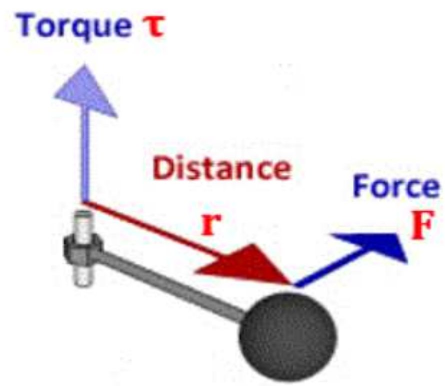
$$\tau = L \times F = L(mg)\sin\theta \quad \text{---(2)}$$

으로 주어진다. 여기서 팔길이는$L = \ell + r$이다.

(1),(2)와 ($\sin\theta \approx \theta$)로 부터

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{mgL}{I}\theta$$





$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{mgL}{I}\theta$$

$$= -\omega^2\theta, \quad \omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$ **---(3)**

$\Longrightarrow \quad \dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$ **: 미분방정식**

$\Longrightarrow$ **해 :** $\theta(t) = A\cos(\omega t)$

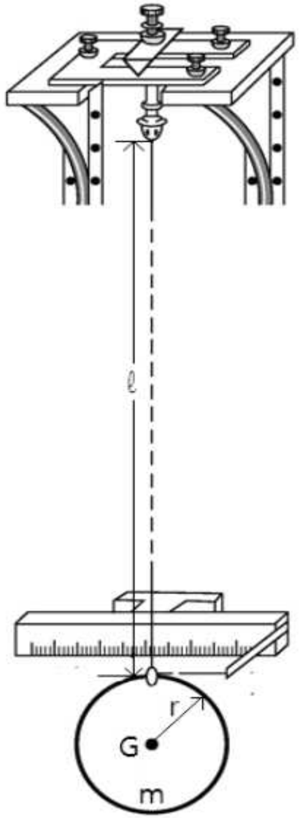
$\omega = \dfrac{2\pi}{T,}$ T **: 주기 ---(4)**

(3),(4) $\Longrightarrow \quad \sqrt{\dfrac{mgL}{I}} = \omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$$\Longrightarrow \quad g = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{I}{mL}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{I}{mL} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{\left(\frac{2}{5}mr^2 + mL^2\right)}{mL} \quad \text{---(*)}$$

$$\Rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2}{T^2}\left(\frac{2}{5}\frac{r^2}{L} + L\right)$$



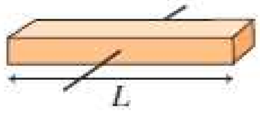
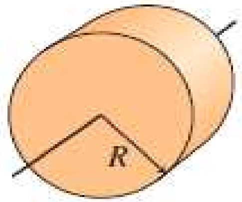
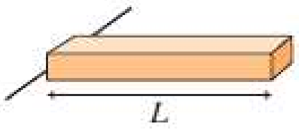
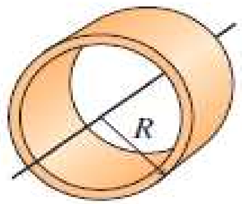
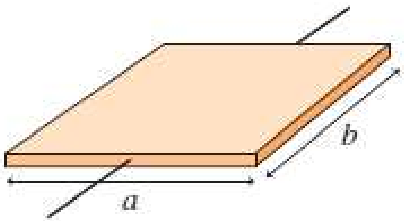
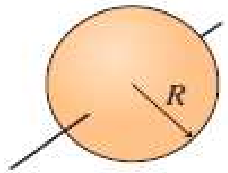
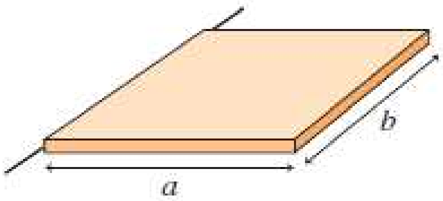
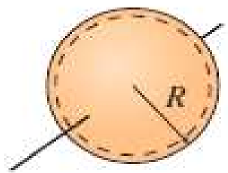
따라서 진자의 길이 L과 주기 T를 측정하면 중력가속도를 구할 수 있다

(*)에서 회전관성 I은 '평행축의 정리' 에 의하여

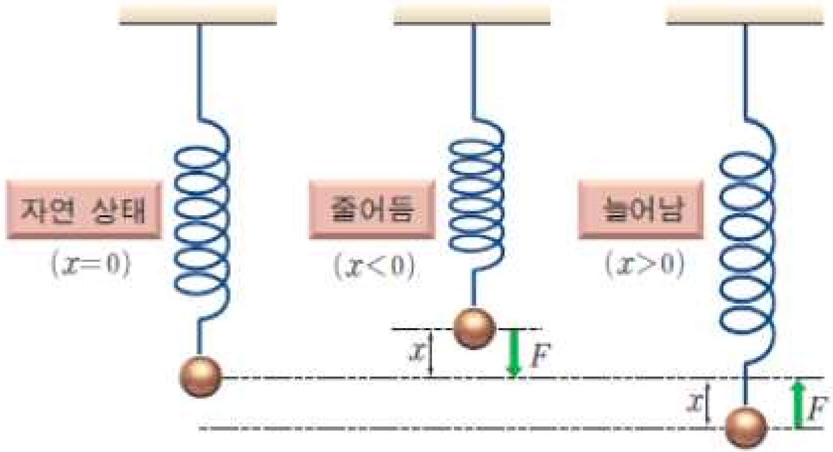
$$I = \text{자전부분+공전부분}$$

$$= \frac{2}{5}mr^2 + mL^2$$

표 7.1 밀도가 균일하며 총 질량이 M인 물체의 관성 모멘트

물체와 회전축	그림	I	물체와 회전축	그림	I
중앙을 축으로 하는 얇은 막대(임의의 단면적)		$\frac{1}{12}ML^2$	중앙을 축으로 하는 원통 또는 원판		$\frac{1}{2}MR^2$
한 끝을 축으로 하는 얇은 막대(임의의 단면적)		$\frac{1}{3}ML^2$	중앙을 축으로 하는 원통 고리		MR^2
중앙을 축으로 하는 평면 또는 널빤지		$\frac{1}{12}Ma^2$	지름을 축으로 하는 속이 꽉 찬 구		$\frac{2}{5}MR^2$
변을 축으로 하는 평면 또는 널빤지		$\frac{1}{3}Ma^2$	지름을 축으로 하는 구 껍질		$\frac{2}{3}MR^2$

용수철의 조화운동



용수철의 변위 x와 힘 F의 관계는

$$F = Cx$$

로 주어진다. C는 용수철의 상수이다. 추의 질량 M, 용수철의 질량 M_s이 주어 졌을 때, 적용된 질량은

$$M' = M + fM_s$$

이다. 여기에서 f는 용수철질량이 운동에 미치는 영향인자이다. 뉴톤의 제2법칙 $F = M'a$에 위 힘을 적용하면

$$-Cx = M'a$$

가 된다. 여기서 음수 기호는 변위 x와 가속도 a방향이 반대라는 점을 의미한다. $a = d^2x/dt^2$을 적용하면 조화운동미분방정식

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad \text{여기서 } \omega = \sqrt{\frac{C}{M'}}$$

이 되어, 이 미분방정식의 해는

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

를 얻게 된다. 여기서 A는 최대변위이며, $\omega = \sqrt{\dfrac{C}{M'}}$ 이다.

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ 관계식을 적용하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{C}{M'}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{C}\right) M'$$

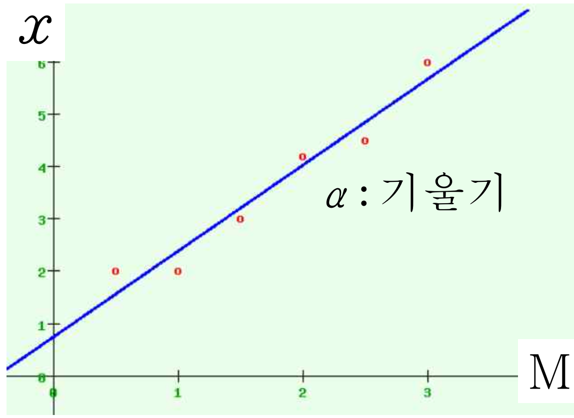
(실험1) 용수철 상수 C 구하기(질량,변위 이용)

$$F = Mg,\ \ F = Cx \quad \text{(}g\text{는 중력가속도)}$$

$$\Rightarrow\ Mg = Cx$$

$$\Rightarrow\ x = \left(\frac{g}{C}\right) M$$

$$\Rightarrow\ x = \alpha M \ ,\quad \alpha = \frac{g}{C}$$



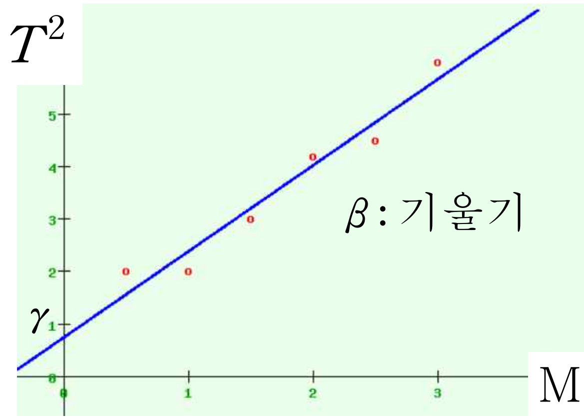
추의 질량 M을 변화 시켜 측정된 변위 x의 그래프의 기울기값 α로부터 $C(=g/\alpha)$를 구한다.

(실험2) 용수철 상수 C와 영향인자 f 구하기(질량,주기 이용)

$$T^2=\left(\frac{4\pi^2}{C}\right)M'$$

$$=\left(\frac{4\pi^2}{C}\right)(M+fM_s)$$

$$T^2=\beta M+\gamma$$



여기서 기울기 : $\beta=\dfrac{4\pi^2}{C}$, 절편 : $\gamma=\left(\dfrac{4\pi^2}{C}M_s\right)f$

기울기 β로부터 다시 용수철 상수 C를 구해 본다. (실험1 것과 비교한다)

용수철 질량 M_s와 절편 γ로부터 영향인자 f를 구할 수 있다.

마찰력

마찰력 : 물체와 접촉면 사이에서 물체의 운동을 방해하는 힘

방향	물체가 운동 상태일 때 : 운동 방향의 반대 방향 물체가 정지 상태일 때 : 가하는 힘의 반대 방향
크기	물체가 무거울수록 크다. (물체의 무게에 비례) 접촉면이 거칠수록 크다. **접촉면의 넓이와는 관계없다.**

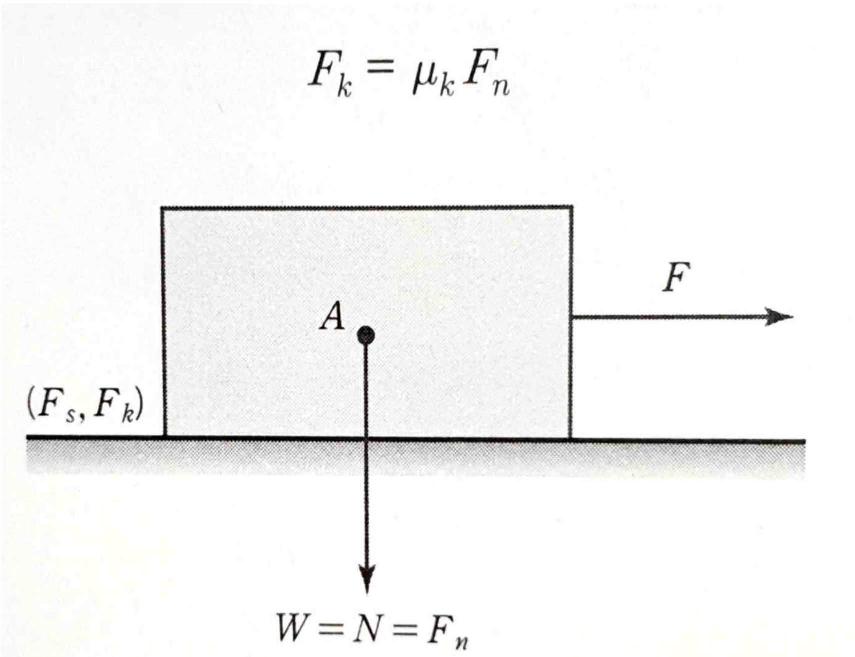
마찰력

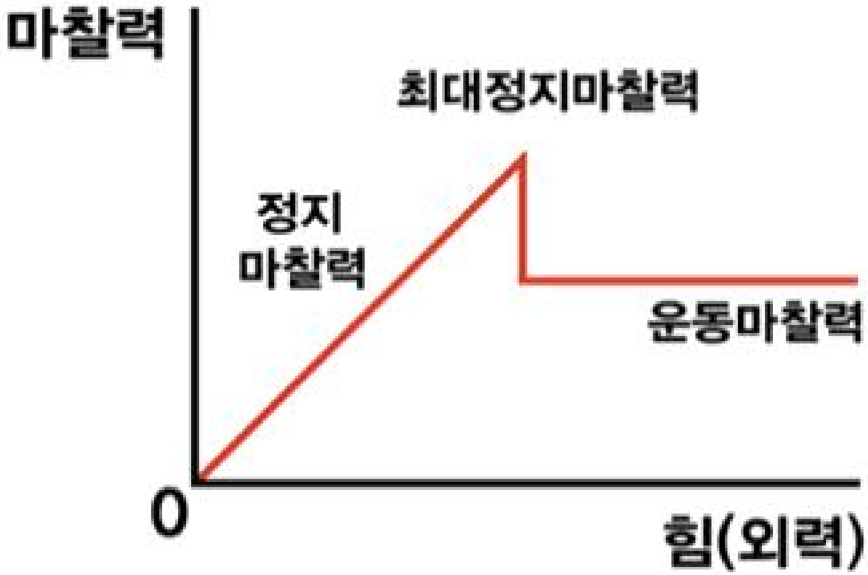
1) 정지상태(static)

정지마찰력 $F_s = \mu_s F_n$ = 정지마찰계수 x 수직항력

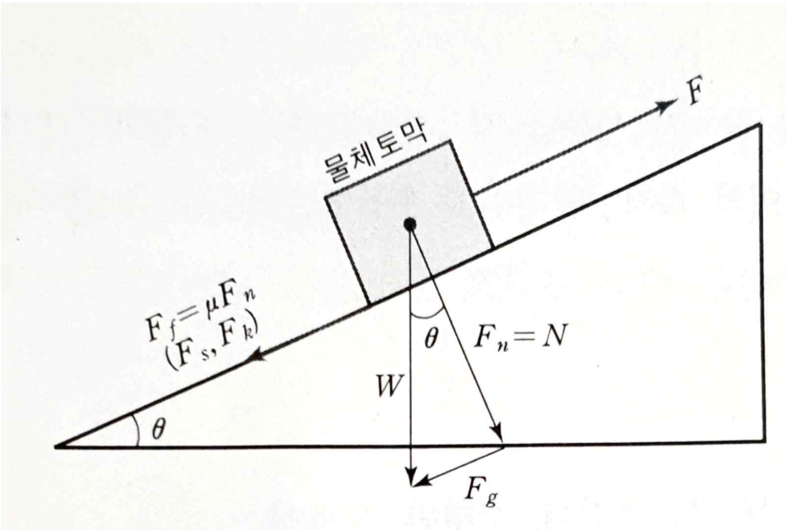
2) 등속운동(kinetic)

운동마찰력 $F_k = \mu_k F_n$ = 운동마찰계수 x 수직항력





경사면 마찰력



1) 최대정지마찰력 : 물체가 막 움직일 때

$$F = \mu_s W\cos\theta + W\sin\theta$$ **= 마찰력+중력**

$$\mu_s = \frac{F - W\sin\theta}{W\cos\theta}$$

2) 운동마찰력 : 물체가 등속운동을 할 때

$$F = \mu_k W\cos\theta + W\sin\theta$$ **= 마찰력+중력**

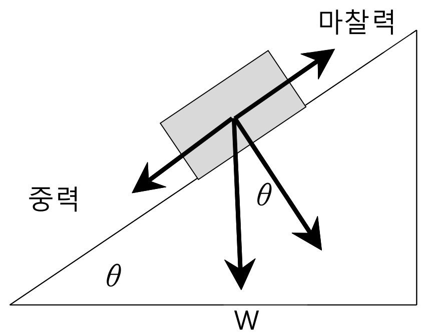
$$\mu_k = \frac{F - W\sin\theta}{W\cos\theta}$$

3) 마찰각 : $F = 0$ 이고 θ 가 증가하여 막 미끄러지는 순간의 각도

마찰력 = 중력 (서로 반대 방향)

$$\Rightarrow \mu_s W\cos\theta = W\sin\theta$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}\mu_s$$

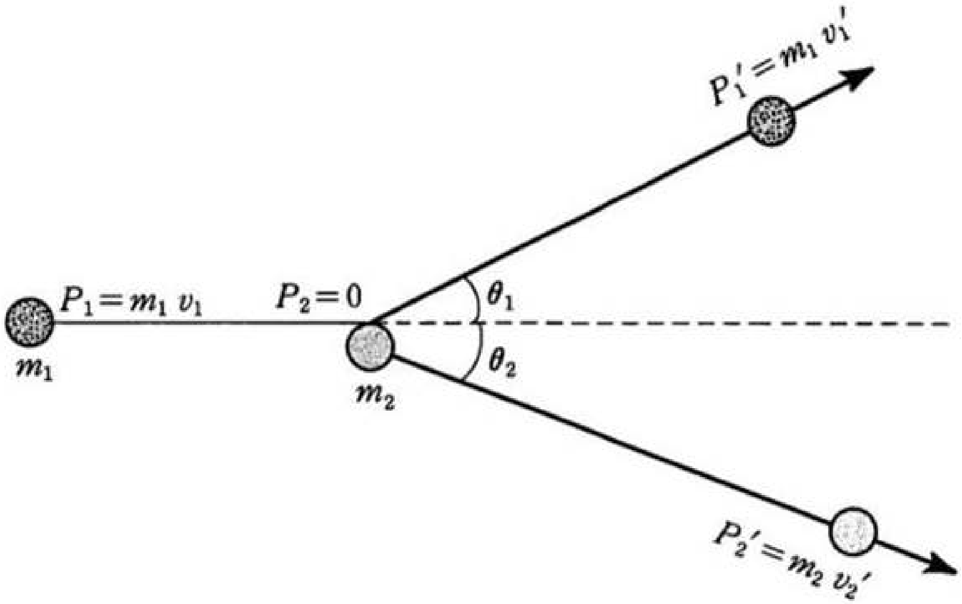


(선)운동량 보존

정지하고 있는 질량 m_2인 입자에 질량 m_1인 입자가 속도 v_1으로 충돌하면 이 두 입자는 충돌 후 그림과 같이 운동한다. 이 때 외부 힘이 없는 경우 총운동량이 보존되므로 $m_1 v_1 + 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ 이 성립하고 성분으로 표시하면

$$x \text{ 성분: } m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\theta_1 + m_2 v_2' \cos\theta_2$$

$$y \text{ 성분: } 0 = m_1 v_1' \sin\theta_1 - m_2 v_2' \sin\theta_2$$



종합 2.1 1차원에서 운동 기술하기

위치, 속도, 가속도 운동을 기술한다.

모든 운동에 대해서:

속도는 m/s 단위로, 위치의 변화율이다.

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

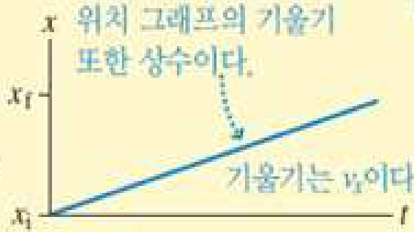
가속도는 m/s² 단위로, 속도의 변화율이다.

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

등속 운동에 대해서:

- 가속도는 0이다.
- 속도는 상수이다.
- 위치는 꾸준히 변한다.

속도는 상수이고, 그래서 위치 그래프의 기울기 또한 상수이다.



나중 위치와 초기 위치(m)

$$x_f = x_i + v_x \Delta t$$

속도(m/s) 시간 간격(s)

등가속도 운동에 대해서:

- 가속도는 일정하고 변하지 않는다.

가속도는 상수이고, 그래서 속도 그래프의 기울기는 상수이다.

- 속도는 꾸준히 변한다.

나중 속도와 초기 속도 (m/s)

$$(v_x)_f = (v_x)_i + a_x \Delta t \qquad (1)$$

가속도 (m/s²) 시간 간격 (s)

- 위치는 시간 간격의 제곱으로 변한다.

속도는 꾸준히 증가하고, 그래서 위치 그래프의 기울기는 꾸준히 증가한다.

나중 위치와 초기 위치(m) 시간 간격(s)

$$x_f = x_i + (v_x)_i \Delta t + \tfrac{1}{2} a_x (\Delta t)^2 \qquad (2)$$

초기 속도 (m/s) 가속도 (m/s²)

- 속도의 변화를 시간이 아닌 거리로도 표현할 수 있다.

이것은 세 번째 방정식을 주며, 많은 운동학 문제들을 푸는 데 유용하다.

나중 속도와 초기 속도(m/s)

$$(v_x)_f^2 = (v_x)_i^2 + 2a_x \Delta x \qquad (3)$$

가속도 (m/s²) 위치에서 변화(m)

선운동량을 이루는 구슬의 속도 v 는

$$v = \frac{r}{t}$$

로 구하는데, 여기에서

1) 거리 r 은 수평으로 이동한 거리를 재어 구하고,

2) 시간 t 는 수직높이 $H = \frac{1}{2}gt^2$ 로부터 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ 로 구한다.

그러므로 구슬의 속도는 아래와 같이 날아간 거리와 높이에 의하여

$$v = r\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

와 같이 구할 수 있다.

실험은 먼저 입사구 하나로만 하여 날아간 거리를 재고, 다음 실험에서 입사구를 표적구에 충돌하여 입사구와 표적구가 날아간 거리와 각도를 각각 재게 된다.

입사구	질량 m_1 (kg)	0.016
	반경 r (m)	0.007
표적구	질량 m_2 (kg)	0.016
	반경 r (m)	0.007
수직낙하거리	H (m)	0.782

실험항목 \ 측정횟수	1	2	3	4	5	평균
충돌전 입사구 수평거리 r_0 (m)	0.598	0.6	0.613	0.615	0.617	0.609
충돌후 입사구 수평거리 r_1 (m)	0.465	0.461	0.452	0.479	0.461	0.464
충돌후 입사구 각 θ_1	45	44	42	41	43	43
충돌후 표적구 수평거리 r_2 (m)	0.404	0.391	0.360	0.360	0.372	0.377
충돌후 표적구 각 θ_2	45	45	46	47	46	46

입사구의 속력	$v_1 = r_0\sqrt{\frac{g}{2H}}$	1.5234
충돌 후 입사구 속력	$v_1' = r_1\sqrt{\frac{g}{2H}}$	1.1605
충돌 후 표적구 속력	$v_2' = r_2\sqrt{\frac{g}{2H}}$	0.9447

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\theta_1 + m_2 v_2' \cos\theta_2$$
$$0 = m_1 v_1' \sin\theta_1 - m_2 v_2' \sin\theta_2$$

구분	선운동량				
	성분	충돌 전	충돌 후		
입사구	x	0.0244	0.0136	p1x = m1 * v1' * COS(RADIANS(θ1))	
	y	0 (계산값 없음)	0.0127	p1y = m1 * v1' * SIN(RADIANS(θ1))	
표적구	x	0 (계산값 없음)	0.0105	p2x = m2 * v2' * COS(RADIANS(θ2))	
	y	0 (계산값 없음)	0.0108	p2y = m2 * v2' * SIN(RADIANS(θ2))	
계	x	0.0244	0.0241	= p1x + p2x	x 방향운동량 거의보존
	y	0.000	0.002	= p1y - p2y	y 방향운동량 거의보존

관성모멘트

선가속도와 각가속도의 관계

$$v = r\omega \implies \frac{v}{t} = r\frac{\omega}{t} \implies a = r\alpha$$

돌림힘

$$\tau = F \cdot r = (ma)r = (m\,r\alpha)r = (mr^2)\alpha = I\alpha$$

$\tau = I\alpha$ **: 돌림힘,** $I = mr^2$ **: 관성모멘트(회전관성)**

힘과 일(에너지)

$$2ad = v^2 - v_0^2 \implies a = \frac{v^2}{2d}$$

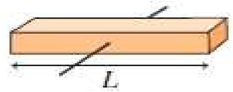
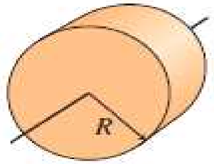
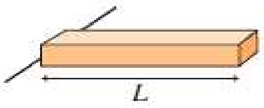
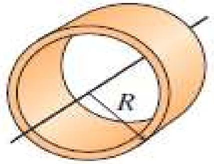
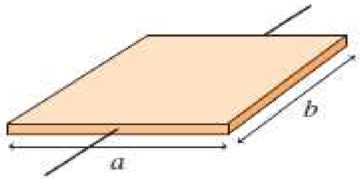
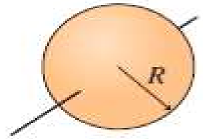
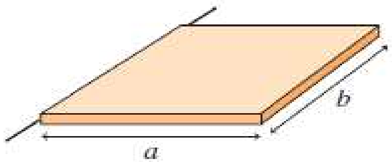
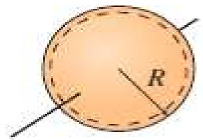
$$F = ma, \quad W = Fd = (ma)d = m(\frac{v^2}{2d})d = \frac{1}{2}mv^2$$

회전운동에너지

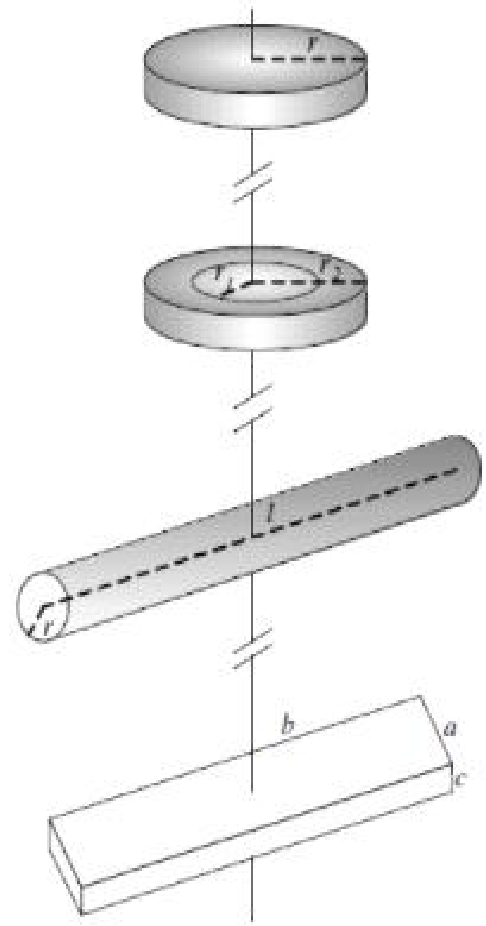
$$W = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(r\omega)^2 = \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$$

관성모멘트

표 7.1 밀도가 균일하며 총 질량이 M인 물체의 관성 모멘트

물체와 회전축	그림	I	물체와 회전축	그림	I
중앙을 축으로 하는 얇은 막대(임의의 단면적)		$\frac{1}{12}ML^2$	중앙을 축으로 하는 원통 또는 원판		$\frac{1}{2}MR^2$
한 끝을 축으로 하는 얇은 막대(임의의 단면적)		$\frac{1}{3}ML^2$	중앙을 축으로 하는 원통 고리		MR^2
중앙을 축으로 하는 평면 또는 널빤지		$\frac{1}{12}Ma^2$	지름을 축으로 하는 속이 꽉 찬 구		$\frac{2}{5}MR^2$
변을 축으로 하는 평면 또는 널빤지		$\frac{1}{3}Ma^2$	지름을 축으로 하는 구 껍질		$\frac{2}{3}MR^2$

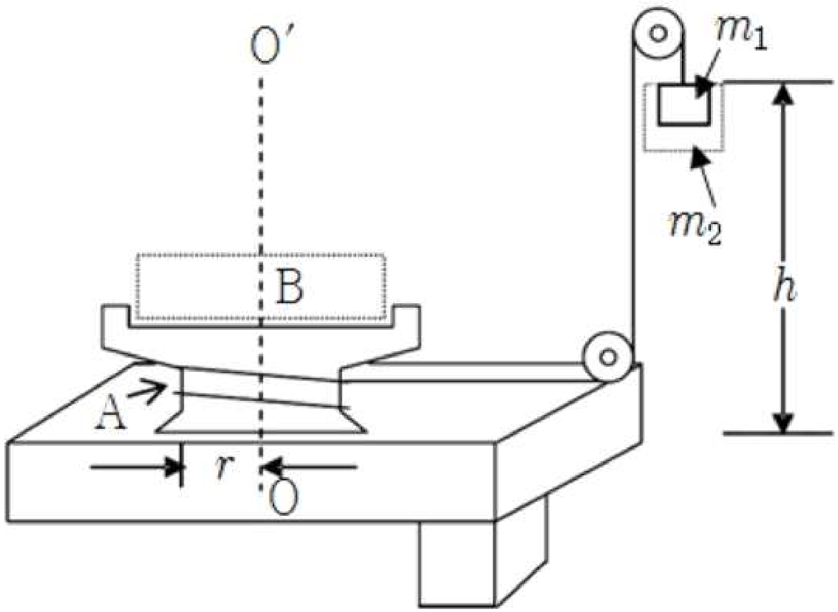
$I = mr^2 \Rightarrow I = \int_D r^2 dm$, **(**D**는 물체영역)**

<table>
<tr><th>외형</th><th>관성모멘트</th><th>물체의 모양과 회전축 (질량은 M이다)</th></tr>
<tr><td>고체 실린더</td><td>$\frac{1}{2}Mr^2$</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td>속이 빈 실린더</td><td>$\frac{1}{2}M(r_1^2+r_2^2)$</td></tr>
<tr><td>둥근 막대</td><td>$M\left(\frac{r^2}{4}+\frac{l^2}{12}\right)$</td></tr>
<tr><td>네모난 막대</td><td>$M\left(\frac{a^2}{12}+\frac{b^2}{12}\right)$</td></tr>
</table>

$I = mr^2 \Rightarrow I = \int_D r^2 dm$, (D 는 물체영역)

추의 속도와 회전기구의 각속도 구하기

추의 위치에너지 = 추의 운동에너지 + 회전기구의 회전에너지



$$2ad = v^2 - v_0^2$$

$$\Rightarrow\ 2ah = v^2 - 0$$

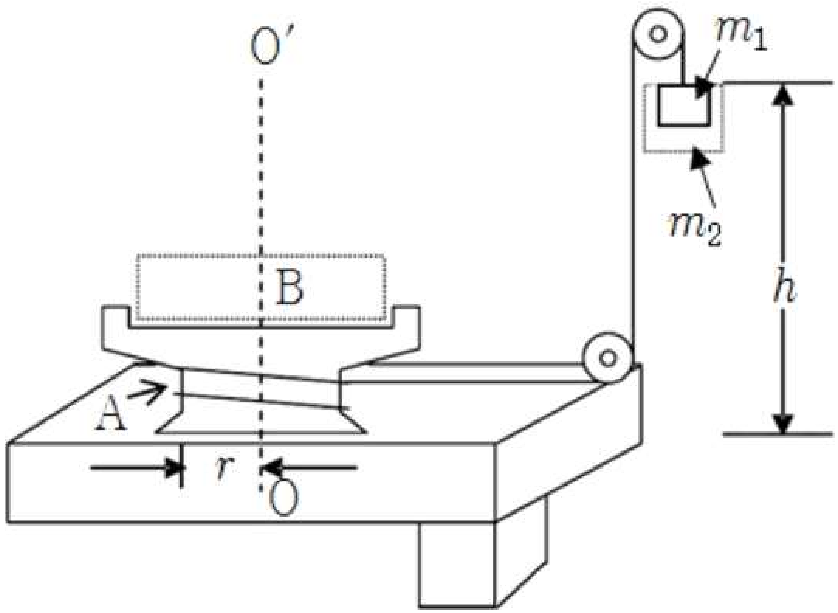
$$\Rightarrow\ 2\left(\frac{v}{t}\right)h = v^2$$

$$\Rightarrow\ v = \frac{2h}{t}$$

$$v = r\omega \quad \Rightarrow\ \omega = \frac{v}{r}$$

$$\Rightarrow\ \omega = \frac{2h}{rt}$$ **(이유 : $v = \frac{2h}{t}$)**

추와 회전기구의 에너지 구하기



추의 위치에너지

$$= Fh = mgh$$

추의 운동에너지

$$= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2h}{t}\right)^2 = \frac{2mh^2}{t^2}$$

회전기구의 회전에너지

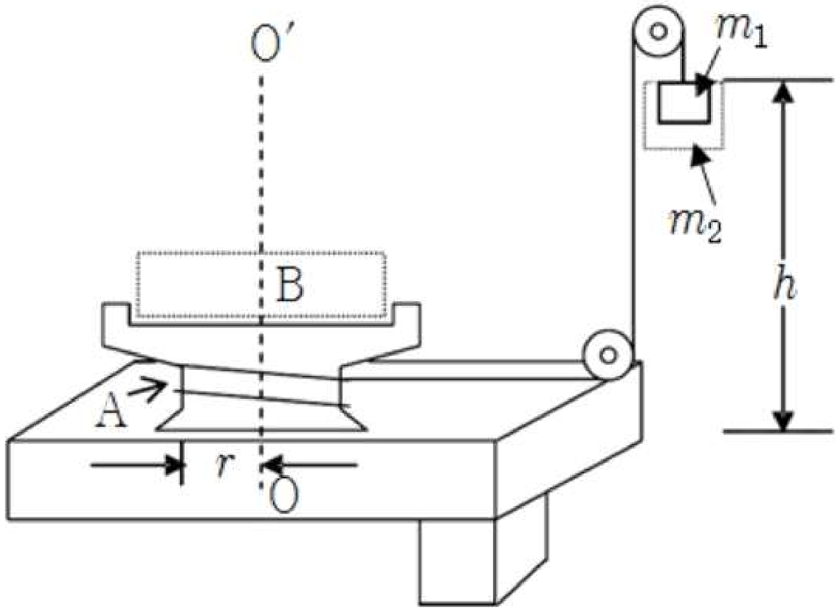
$$= \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\left(\frac{2h}{rt}\right)^2 = \frac{2Ih^2}{r^2t^2}$$

추의 위치에너지 = 추의 운동에너지 + 회전기구의 회전에너지

$$\Rightarrow \; mgh = \frac{2mh^2}{t^2} + \frac{2Ih^2}{r^2t^2}$$

$$\Rightarrow \; I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)$$

관성모멘트 측정



관성모멘트 : $I = mr^2(\frac{g\,t^2}{2h} - 1)$

실험1 : 질량 m_1 을 사용하여 시간 t_1 을 측정하여 A 의 관성모멘트 I_1 을 계산.

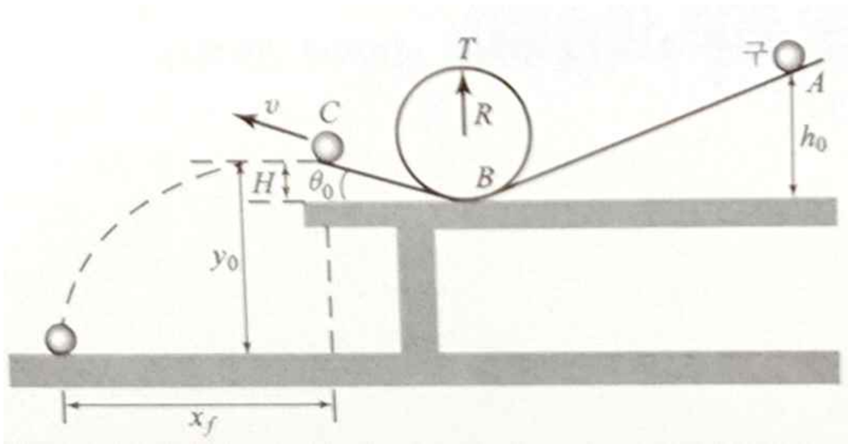
$$I_1 = m_1 r^2 (\frac{g t_1^2}{2h} - 1)$$

실험2 : (1) 물체 B를 회전기구에 올리고 질량 m_2을 사용하여 시간 t_2을 측정하여 물체($A+B$) 의 관성모멘트 $I = I_1 + I_2$ 를 계산.

$$I = m_2 r^2 (\frac{g t_2^2}{2h} - 1)$$

(2) B의 관성모멘트 $I_2 = I - I_1$ 를 계산.

역학적 에너지 보존



(1) 점 B**에 대한** A**에서 위치에너지**

$$E_{BA} = Fd = (mg)h_0$$

(2) 점 B**에서의 속력** v_b**, 각속력** w_b**일 때**

선운동에너지+회전운동에너지=위치에너지$_{BA}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}Iw_b^2 = mgh_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v_b}{r}\right)^2 = mgh_0$$ **(이유:** $I = \frac{2}{5}mr^2$**,** $v = rw$**)**

$$\Rightarrow 5v_b^2 + 2v_b^2 = 10gh_0$$ **(윗식의 양변에** $\frac{10}{m}$ **를 곱하여 얻음)**

$$\Rightarrow v_b^2 = \frac{10}{7}gh_0$$ **---[1]**

(3) 점 T에서의 속력 v_t, 각속력 w_t일 때

선운동에너지+회전운동에너지+위치에너지$_{BT}$ = 위치에너지$_{BA}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_t^2 + \frac{1}{2}Iw_t^2 + mg(2R) = mgh_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_t^2 + \frac{1}{2}(\frac{2}{5}mr^2)(\frac{v_t}{r})^2 + 2mgR = mgh_0$$

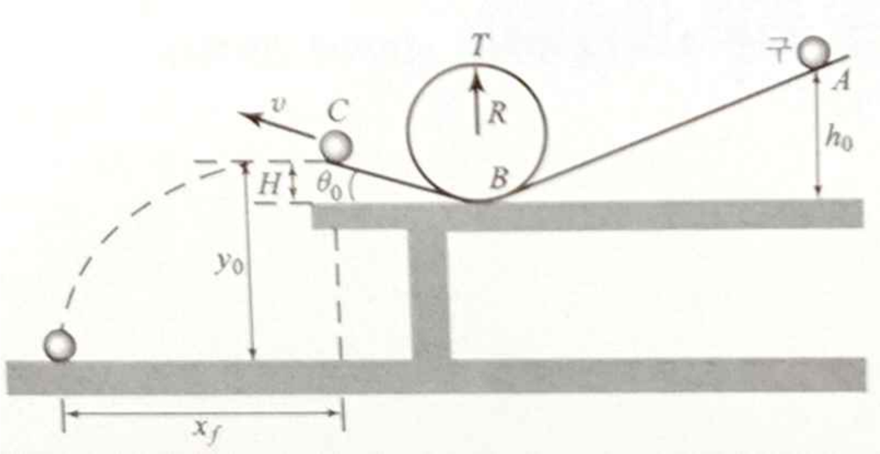
$\Rightarrow 5v_t^2 + 2v_t^2 + 20gR = 10gh_0$ (by 양변에 $\frac{10}{m}$을 곱함)

(구가 점 T를 겨우 통과한다면 T에서 (구심력=중력) $\Rightarrow m(\frac{v_t^2}{R}) = mg \Rightarrow v_t^2 = gR$)

$$\Rightarrow 27gR = 10gh_0 \Rightarrow h_0 = \frac{27}{10}R$$

$$\Rightarrow v_b^2 \overset{[1]}{=} \frac{10}{7}gh_0 = \frac{10}{7}g(\frac{27}{10}R)$$

$\Rightarrow v_b^2 = \frac{27}{7}gR$ ---[2]



(3) 점 C에서의 속력 v_c, 각속력 w_c일 때

점 C에서의 에너지 = 점 B에서의 에너지

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m v_c^2 + \frac{1}{2}I w_c^2 + mgH = \frac{1}{2}m v_b^2 + \frac{1}{2}I w_b^2$$

$$\Rightarrow m v_c^2 + I w_c^2 + 2mgH = m v_b^2 + I w_b^2$$

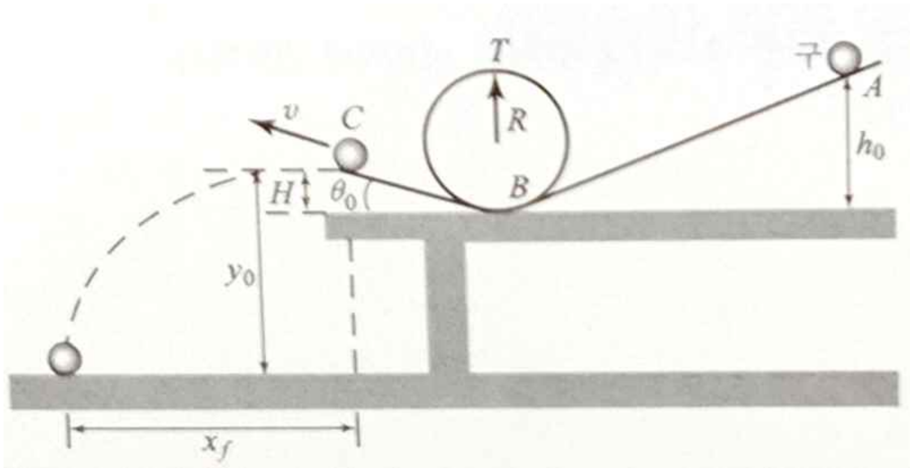
$$\Rightarrow m v_c^2 + \frac{2}{5}m r^2 \left(\frac{v_c}{r}\right)^2 + 2mgH = m v_b^2 + \frac{2}{5}m r^2 \left(\frac{v_b}{r}\right)^2$$

$$\Rightarrow 5v_c^2 + 2v_c^2 + 10gH = 5v_b^2 + 2v_b^2$$

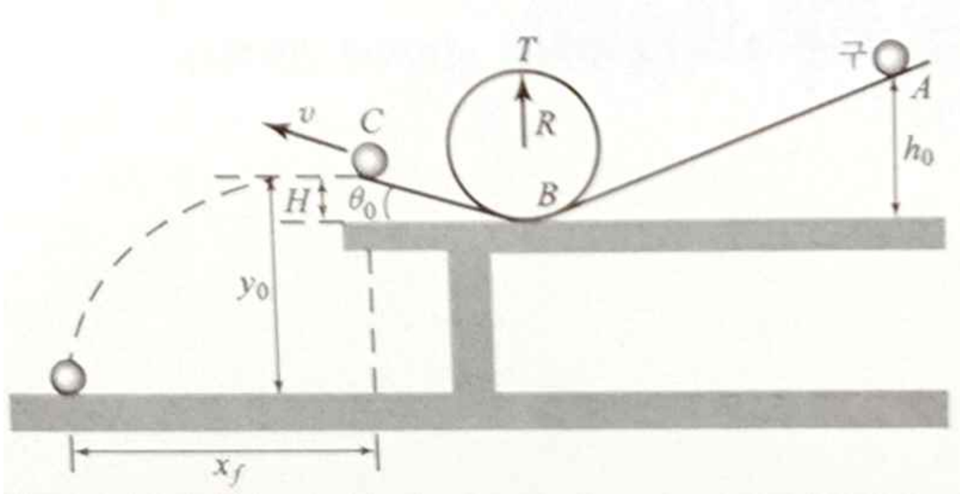
$$\Rightarrow 7v_c^2 + 10gH = 7v_b^2$$

$$\Rightarrow v_b^2 = v_c^2 + \frac{10}{7}gH$$ **---[3]**

(참고 : $H = 0 \Rightarrow v_b = v_c$)



(4) 포물선 운동



$$\begin{cases} x = (v_c \cos\theta_0)t \\ y = y_0 + (v_c \sin\theta_0)t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$x = (v_c \cos\theta_0)t$$

$$\Longrightarrow \; t = \frac{x}{v_c \cos\theta_0}$$

$$\Longrightarrow \; y = y_0 + (v_c \sin\theta_0)\left(\frac{x}{v_c \cos\theta_0}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_c \cos\theta_0}\right)^2$$

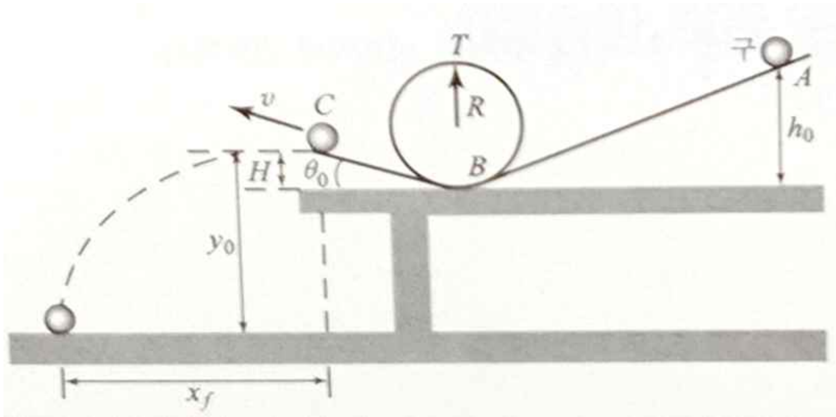
$$\Longrightarrow \; 0 = y_0 + x \tan\theta_0 - \frac{g x^2}{2 v_c^2 \cos^2\theta_0}$$

$$\Longrightarrow \; v_c^2 = \frac{g x^2}{2(y_0 + x \tan\theta_0)\cos^2\theta_0}$$ **--- [4]**

(5) 이론과 실험결과 비교

a. $\theta_0 = 0$ 인 경우

이론 : $v_b = \sqrt{\frac{10}{7} g h_0}$ **by [1]**



실험 : $v_c = \sqrt{\frac{g x^2}{2 y_0}}$ **by [4] ($\theta_0 = 0$)**

$v_b = v_c$ **by [3] ($H = 0$)**

b. $\theta_0 > 0$ 인 경우

이론 : $v_b = \sqrt{\frac{27}{7} g R}$ **by [2] (구슬이 T 점을 겨우 통과 경우)**

실험 : $v_c^2 = \frac{g x^2}{2(y_0 + x \tan\theta_0)\cos^2\theta_0}$ **by [4]**

$v_b = \sqrt{v_c^2 + \frac{10}{7} g H}$ **by [3]**