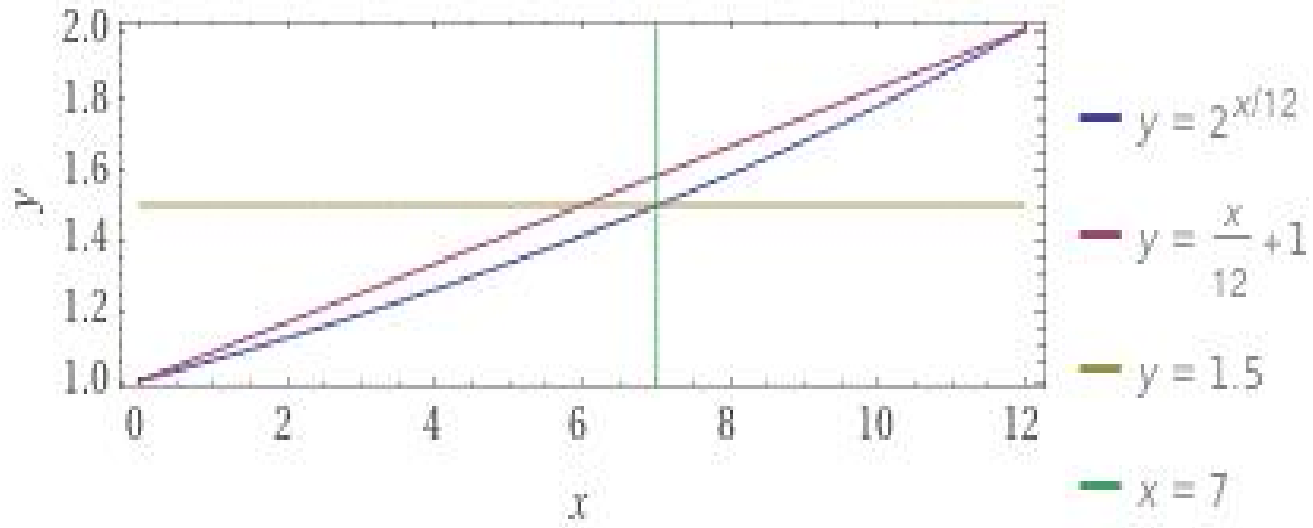
수학과 음악 (팬플룻만들기)

1. 음정(음의 차이)은 음파의 진동수의 비율로 결정된다.
2. 간단한 비율일수록 아름답다. 1 옥타브는 진동수 비율이 1:2 이다.
3. 도:솔 과 파:도 사이는 진동수의 비율이 1과2의 평균인 1.5 이다.
4. 평균율은 솔과 파를 집어 넣기 위하여 1 옥타브를 일정한 비율 r 로 12 개의 평균계단을 만든다.

$r \times r \times \cdots \times r = r^{12} = 2$ = 1 옥타브 ($r = 2^{\frac{1}{12}}$)

$r \times r \times \cdots \times r = r^{7} \approx 1.5$ = 솔 ($1.5 \approx 2^{\frac{7}{12}}$)



5. 12개 중에서 서양음계는 7개만 사용한다.

0(도) 2(레), 4(미), 5(파), 7(솔), 9(라), 11(시), 12(도)

6. 진동수와 파장(팬플룻관의 길이의 4배)은 반비례 관계이다.

(속도=진동수x파장), 즉 소리가 높아질수록 진동관의 길이는 짧아진다.

7. $f(x) = L_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{12}}$,

$x = 0(\text{도}), 2(\text{레}), 4(\text{미}), 5(\text{파}), 7(\text{솔}), 9(\text{라}), 11(\text{시}), 12(\text{도}), \cdots$

(D) 장조의 계명에 따른 관 길이 계산

(도)관의 길이 = 14.4 cm

(레)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{12}}$ = 12.8 cm

(미)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{12}}$ = 11.4 cm

(파)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{12}}$ = 10.8 cm

(솔)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{12}}$ = 9.6 cm

(라)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{9}{12}}$ = 8.6 cm

(시)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{11}{12}}$ = 7.6 cm

(도)관의 길이 = 14.4 cm x $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{12}{12}}$ = 7.2 cm

지수함수 $f(x)$ =14.4cm× $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{12}}$

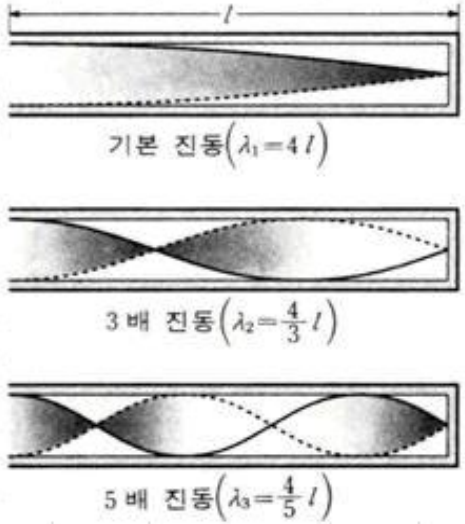
팬플룻 구성 (D장조)

소리의 속도: 340m = 331.5m + 0.6 * 15 (섭씨온도)

A음의 파장 = 속도/진동수 = 34000cm/440Hz A음과 D음의 반음편차 = 5

D음의 관길이 (cm) = (1/4) * (34000cm/440Hz) * (1/2)^(5/12) = 14.4cm

D장조의 관의 길이 함수 : $f(x) = 14.4\text{cm} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{12}}$



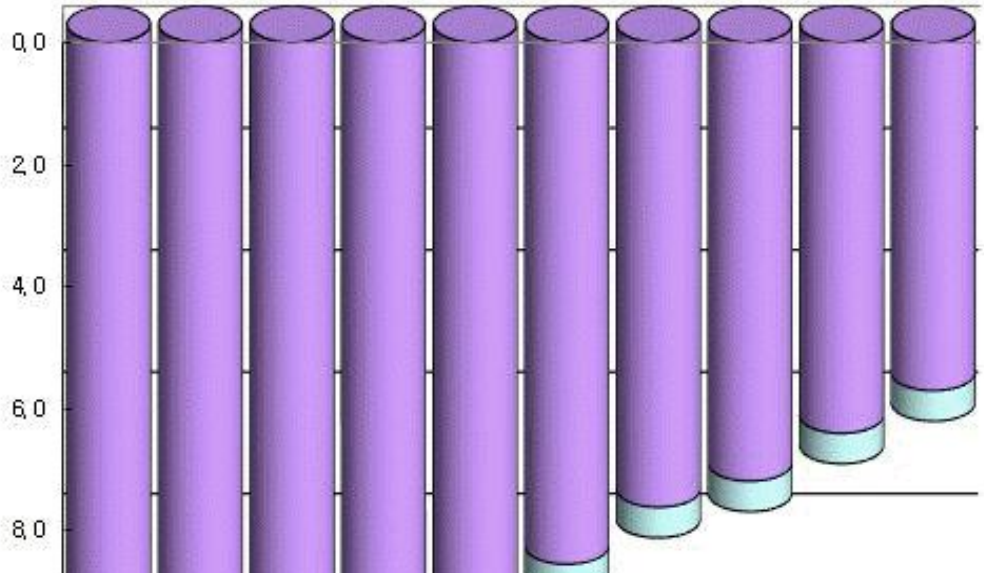
단위: cm

관번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
계명	도	레	미	파	솔	라	시	도	레	미
음정편차(x)	0	2	4	5	7	9	11	12	14	16
주파수	590	663	744	788	884	993	1114	1181	1325	1487
진동관길이	**14.4**	12.8	11.4	10.8	9.6	8.6	7.6	7.2	6.4	5.7
마개길이	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
호스 총길이	14.9	13.3	11.9	11.3	10.1	9.1	8.1	7.7	6.9	6.2

= 관의길이 = 파장의 1/4

5.0 =실리콘오링의 총길이

99.6 =호스의 총길이



1인당 필요한 재료

투명호스(폴리우레탄,
내경:8mm,외경: 12mm, 길이:99.6cm)
눈금자(플라스틱,30cm자 반쪽)
노끈(길이2m,노랑색샤무드, 또는 부프러기끈)
발포실리콘오링 (직경 9mm 혹은 10mm, 길이 5cm)
호스절단기
나무젓가락(발포 오링 위치 조절)
사인펜(눈금표시용)